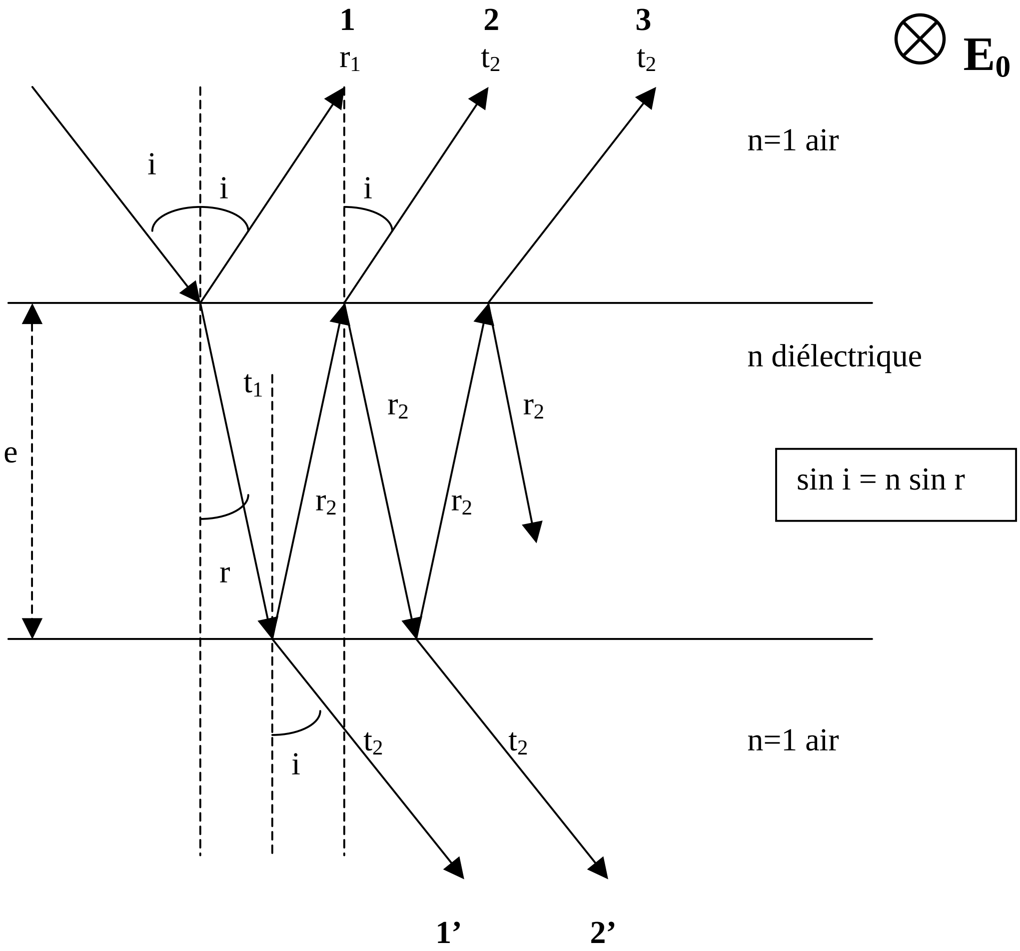
Un filtre monochromatique à bande passante étroite : l'nnterféromètre de Fabry Pérot

Jean-Marie Malherbe, Août 2007

I - Principe

On considère un milieu d'indice n d'épaisseur e placé dans l'air.



Le déphasage entre les rayons réfléchis 1-2, 2-3, … et transmis 1'-2', 2'-3', … est égal à :

$\delta = (4\pi / \lambda)$ e n cos r

Soit r_j et t_i les coefficients de réflexion et transmission en supposant le champ éléctrique $\mathbf{E_0}$ incident perpendiculaire au plan d'incidence :

$r_1 = (\cos i - n \cos r) / (\cos i + n \cos r)$ *réflexion d'indice 1 vers indice n*
$r_2 = (n \cos r - \cos i) / (\cos i + n \cos r) = - r_1$ *réflexion d'indice n vers indice 1*

$t_1 = 2 \cos i / (\cos i + n \cos r)$ *transmission d'indice 1 vers indice n*
$t_2 = 2 n \cos r / (\cos i + n \cos r)$ *transmission d'indice n vers indice 1*

Champ transmis:

On a $E_t = E_0\, t_1\, t_2 (1 + r_2^2\, e^{i\delta} + r_2^4\, e^{i2\delta} + r_2^6\, e^{i3\delta} + ...)$

Il y a dans le second terme une progression géométrique de premier terme 1 et de raison $r^2\, e^{i\delta}$ de module < 1, donc convergente vers 0. On en déduit :

$E_t = E_0\, t_1\, t_2 / (1 - r_2^2\, e^{i\delta})$

Intensités

Les intensités transmises sont données par $I_t = E_t\, E_t^*$

$\mathbf{I_t = I_0\, (t_1\, t_2)^2 / \ ((1 - r_2^2)^2 + 4\, r_2^2\, \sin^2(\delta/2))}$

Appelons $\mathbf{R = r_2^2}$ et $\mathbf{T = t_1\, t_2}$ les coefficients de réflexion et transmission énergétiques.

Alors $\mathbf{I_t = I_0\, T^2 / \ ((1 - R)^2 + 4\, R\, \sin^2(\delta/2))}$

Il s'agit d'un spectre cannelé.

Position des maxima (cannelures) :

$\delta = 2\, k\, \pi = (4\, \pi / \lambda)\, e\, n \cos r$ d'où
$\lambda = 2\, e\, n \cos r \ / k$ avec k entier, ordre d'interférence

Distance entre cannelures :

$D\lambda = 2\, e\, n \cos r \ / k^2$ avec k entier, ordre d'interférence

Contraste :

$I_{max} / I_{min} = [(1+R) / (1-R)]^2$

Largeur à mi hauteur :

$\Delta\lambda = (\lambda^2 / 2\, e\, n \cos r)\, (1-R) / (\pi\sqrt{R})$

Finesse :

$D\lambda / \Delta\lambda = \pi\sqrt{R} / (1-R)$

En incidence normale,

$r_1 = (1- n) / (1 + n)$
$r_2 = (n-1) / (1 + n) = - r_1$
$t_1 = 2 \ / (1 + n)$
$t_2 = 2\, n / (1 + n)$

$R = [(1- n) / (1 + n)]^2$ et $T = 4\, n / (1 + n)^2$

Pour un milieu ordinaire (verre) on a une simple réflexion vitreuse peu efficace avec n=1.5 d'où R = 0.04, contraste 1.17, finesse 0.65, c'est un très mauvais interféromètre ! On réalise le Fabry Pérot en déposant une **couche métallique** réfléchissante **sur les deux faces du milieu d'indice n**, de sorte que l'on ait maintenant R proche de 1. Par exemple, pour l'argent, R = 0.94, et pour l'aluminium, R = 0.83. Pour l'argent, le contraste monte alors à 1000 et la finesse à 50, on a là un très bon interféromètre.

II – dépendance angulaire

On a vu que la position des cannelures est donnée par :

$\lambda = 2\ e\ n \cos r\ / k$ avec k entier, ordre d'interférence

et $\sin i = n \sin r$ donne $\cos r \approx 1 - ½\ r^2 = 1 - ½\ (i/n)^2$

Si on appelle λ_0 la position de la cannelure en incidence nulle, alors elle se déplace en incidence non nulle i de la petite quantité

$\Delta\lambda / \lambda_0 = - ½\ (i/n)^2$

Pour le soleil entier et un Fabry Pérot en pleine ouverture, alors i = 16' au maximum.
Avec n = 1, on obtient $\Delta\lambda / \lambda_0 = 10^{-5}$ soit $\Delta\lambda = 0.07$ A pour la raie Hα, ce qui est excellent compte tenu de la largeur de la raie (1A), mais oblige à travailler en pleine ouverture. Le filtre de LYOT possède une dépendance angulaire bien plus faible lui permettant d'être incorporé à une optique instrumentale plus ouverte.

III – Déplacement de la bande passante

On reprend la formule donnant la position des cannelures :

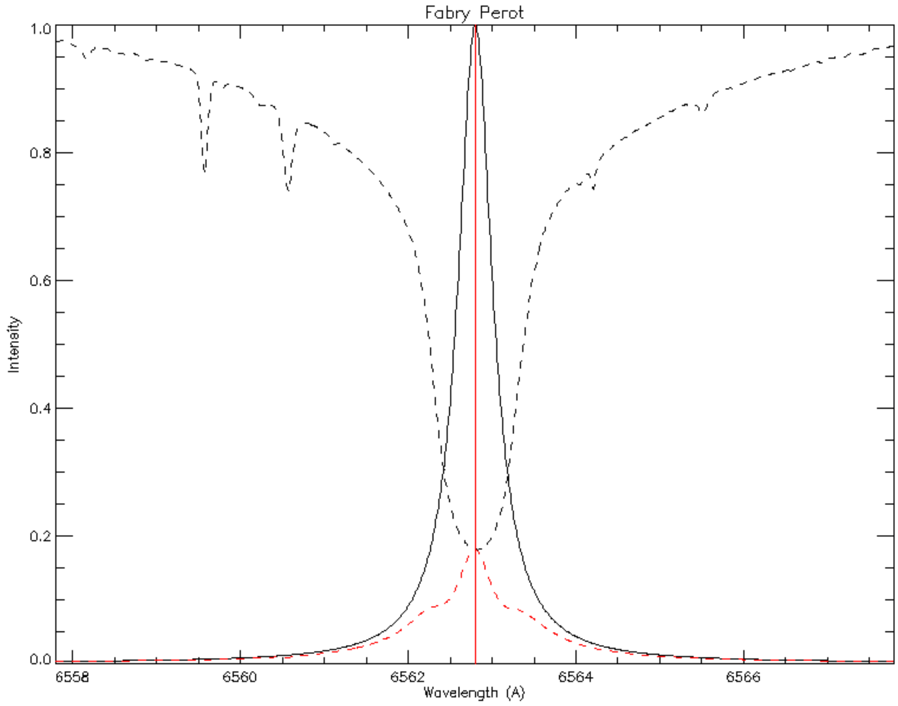
$\lambda = 2\ e\ n \cos r\ / k$ avec k entier, ordre d'interférence

On déplacera la bande passante d'une petite quantité (0.5 A typique) selon plusieurs façons :

- en inclinant le filtre (variation de i donc de r) selon la loi $\Delta\lambda / \lambda_0 = - ½\ (i/n)^2$: c'est la technique utilisée par la firme commerciale CORONADO, on a vu plus haut un déplacement de 0.07 A pour une inclinaison de 16' seulement, ou encore 0.7° pour un déplacement de 0.5 A
- en faisant varier l'épaisseur de l'interféromètre e selon la loi $\Delta\lambda / \lambda_0 = \Delta e / e$ avec des actuateurs de grande précision (l'ordre de grandeur est 10 nm car e est de l'ordre de 0.1 mm): c'est ce que propose la firme QUEENSGATE
- en faisant varier l'indice de réfraction n du milieu selon la loi $\Delta\lambda / \lambda_0 = \Delta n / n$: c'est ce que propose la firme MEADOWLARK avec les cristaux liquides dont l'indice de réfraction devra varier seulement 10^{-4} à 10^{-5} ($7\ 10^{-4}$ pour un déplacement de 0.5 A).

IV – Double Fabry Pérot

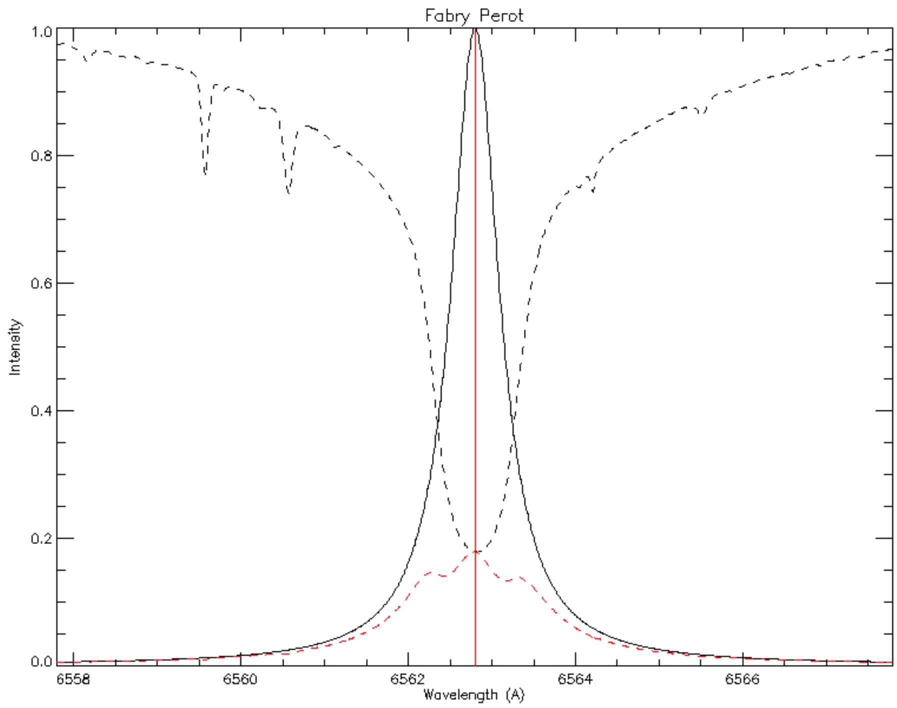
On constate sur les figures ci dessous, pour un filtre de 0.5 A à mi hauteur (haut, valeur adoptée par nous) et de 0.7 A à mi hauteur (bas, valeur adoptée par CORONADO), que le signal est bien pollué par les ailes de la raie parce que la cannelure possède des pieds trop étendus, bien plus larges qu'avec un filtre de LYOT (voir document sur le filtre de LYOT). On observera donc un mélange du cœur et des ailes, ce qui provoquera une perte de contraste des structures. Pour corriger ce défaut, il est possible d'utiliser 2 Fabry Pérot identiques en cascade. C'est par exemple ce que propose la firme commerciale CORONADO.



*Fabry Pérot, largeur à mi hauteur de **0.5** A, R = 0.9, e = 0.15 mm*

Raie Hα en tireté noir (-----)

Raie Hα au travers du filtre en tireté rouge (------)

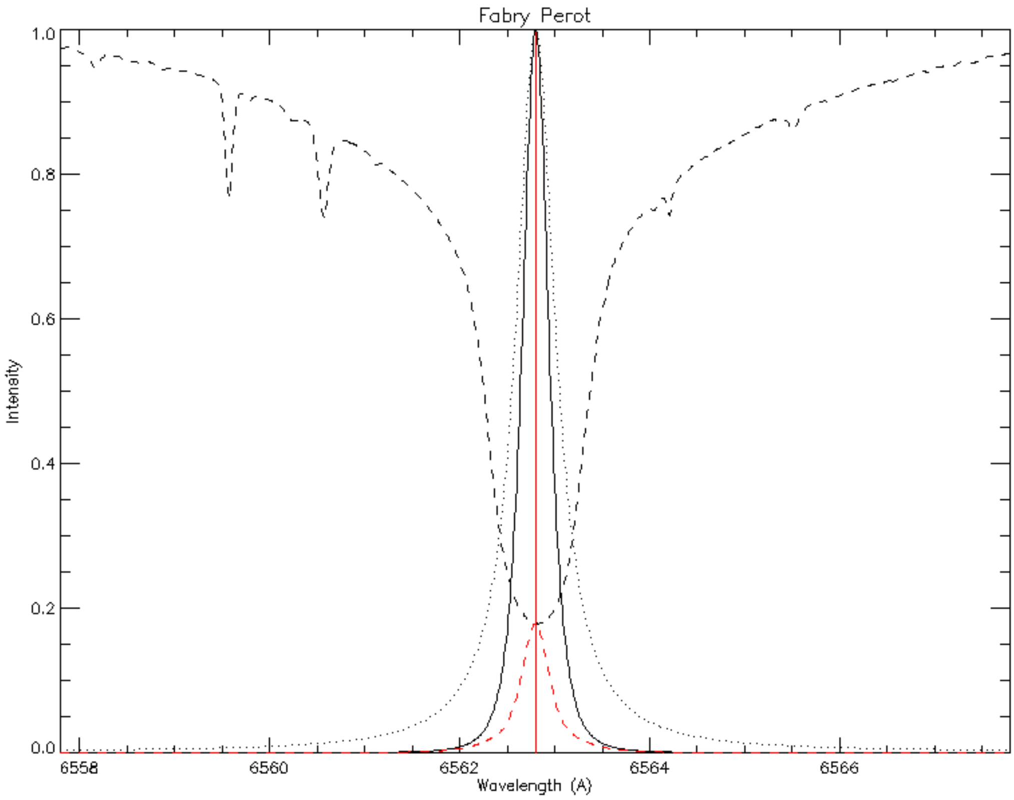


*Fabry Pérot, largeur à mi hauteur de **0.7** A, R = 0.9, e = 0.10 mm*

Raie Hα en tireté noir (-----)

Raie Hα au travers du filtre en tireté rouge (------)

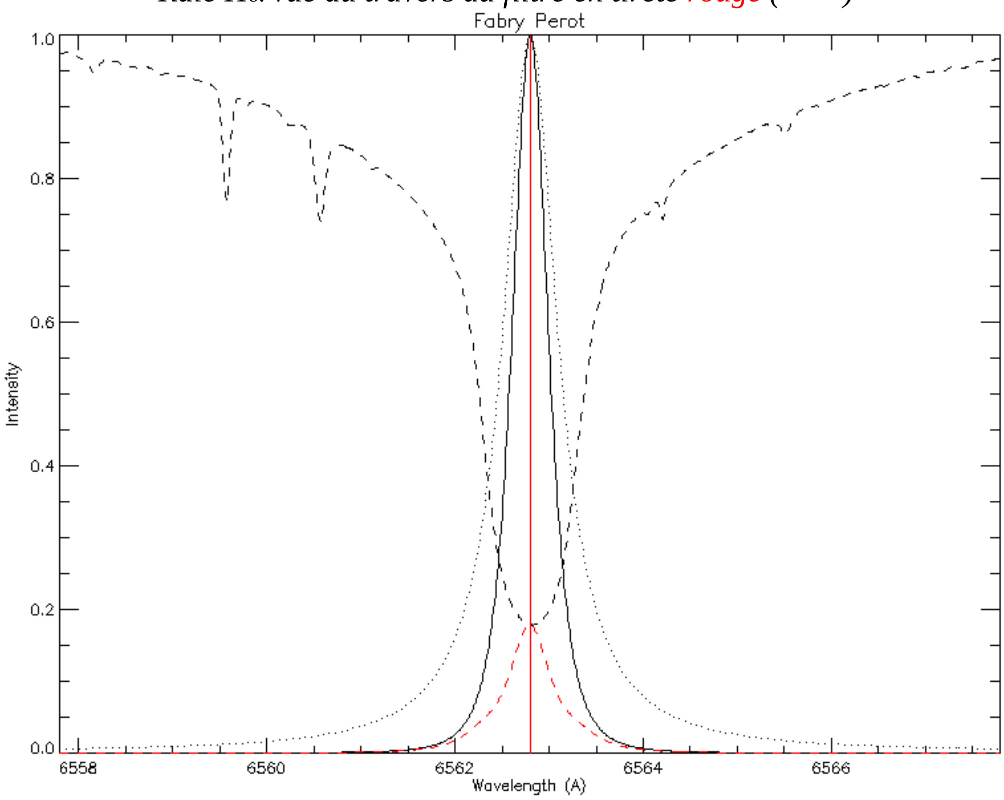
Sur la figure ci dessous, on a mis 2 filtres identiques en cascade, ce qui permet de passer de 0.5 A à 0.3 A de bande passante pour le premier exemple, ou de 0.7 A à 0.45 A de bande passante pour le second exemple. On voit clairement qu'avec ce type de montage, le signal provenant du cœur de la raie **n'est plus pollué** par les ailes de la raie.



Double Fabry Pérot ; pour chacun des deux filtres en cascade : largeur à mi hauteur de ***0.5*** *A, R = 0.9, e = 0.15 mm. Largeur à mi hauteur du filtre* ***résultant : 0.3 A***

Raie Hα en tireté noir (------)

Raie Hα vue au travers du filtre en tireté rouge (------)



Double Fabry Pérot ; pour chacun des deux filtres en cascade : largeur à mi hauteur de ***0.7*** *A, R = 0.9, e = 0.10 mm*

largeur à mi hauteur du filtre ***résultant : 0.45 A***